

Магнитни измервания с въртящ се космически апарат

Димитър Данов, Ирен Димитрова*

Централна лаборатория по слънчево-земни въздействия, БАН
*Институт за космически изследвания, БАН

Магнитометърът ИМАП-3, включен в състава на апаратурата по проект Интербол — аврорална сонда, измерва едновременно три перпендикулярни компоненти на магнитното поле (МП). Приборът се върти заедно с ИСЗ около ос, почти паралелна на направлението към слънцето, като оста Ox на прибора съвпада с оста на въртене, Oy е радиална от оста, Oz — допълва до дясна координатна система (КС). Периодът на завъртане е около 120s.

Един прост модел на измерванията можем да получим така:

Нека МП има компоненти: B_x — по оста на въртене, и B_p — перпендикулярната и. В координатна система KcO , чиято ос Ox съвпада с оста на въртене, МП се представя от $\vec{B} = [B_x, B_p \cos(\omega t), B_p \sin(\omega t)]$. Това е идеалната приборна КС. Преходът към КС, в която векторът на МП не се върти, става посредством матрицата A_ω с елементи:

$$A_\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega t + \delta) & \sin(\omega t + \delta) \\ 0 & -\sin(\omega t + \delta) & \cos(\omega t + \delta) \end{bmatrix}$$

където $\omega = 2\pi/T$, $T=120s$ (цитирано по-долу като „период“), t — времето от началото на измерването, δ — ъгълът на завъртане при $t=0$ (този ъгъл се определя на борда).

Компонентите B_x и B_p зависят по сложен начин от времето, свързан с изменение положението на ИСЗ, изменение физическите характеристики на околната среда, но не и с периода на завъртане ($T=120s$). Ако $B_p = \text{const}$ за време по-голямо от T (B_p се изменя бавно), то средното по време (за интервали кратни на един период) на Y и Z компонентите на МП в KcO е нула. Ако и $B_x = \text{const}$, то модулът на МП ($\sqrt{B_x^2 + B_p^2}$) не зависи

от времето. Дори МП да се изменя силно, едва ли можем да очакваме периодичност в компонентата B_x и модула, кратна на периода на завъртане.

Какъв е проблемът? В необработените данни се наблюдават особености, които са в противоречие с горе казаното. В [1] са разгледани част от тях: а) периодични ($\sim 120s$ и $\sim 60s$) съставки в B_x , б) средното на B_y и B_z (за време кратно на периода) не е нула. Ние прибавяме още една в) модульг на измереното МП е модулиран с период $120s$ (вж. фиг.1а и фиг.2а).

Ние смятаме, че причина за а) и б) е отклонение на датчика по B_x от оста на въртене. Авторите на [1] търсят причината за ненулевото средно другаде и не обсъждат (явно) модуляцията в модула.

Според нас, причините за измененията в модула може да са три: А) неортогоналност между осите на датчиците, Б) наличие на смущаващо МП от обекта (ИСЗ), В) бавни изменения в „нулите“ на прибора. Не изключваме и едновременното действие на всички тях.

Математичен модел за обясняване на наблюдаваните особености

Датчиците са ортогонални, но оста на въртене не съвпада с Ox на прибора.

Преходът към приборната координатна система ($KcП$) може да стане с две последователни завъртания (около Oy на φ_y и около Oz на φ_z). Матрицата на прехода означаваме с A :

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_y)\cos(\varphi_z) & \cos(\varphi_y)\sin(\varphi_z) & \sin(\varphi_y) \\ -\sin(\varphi_z) & \cos(\varphi_z) & 0 \\ -\sin(\varphi_y)\cos(\varphi_z) & -\sin(\varphi_y)\sin(\varphi_z) & \cos(\varphi_y) \end{bmatrix}$$

Векторът на МП в $KcП$ е

$$(1) \quad \vec{B}^i = A \cdot \vec{B}.$$

В x -компонентата на измереното поле:

$$B_x^i = \cos(\varphi_y)\cos(\varphi_z)B_x + B_p [\cos(\varphi_y)\sin(\varphi_z)\cos(\omega t) + \sin(\varphi_y)\sin(\omega t)]$$

се появява периодична зависимост от времето (период T), която е пропорционална на B_p . В модула му $\sqrt{B_x^2 + B_p^2}$ няма такава периодичност.

Ако допуснем, че мереното МП се изменя много бавно и усредним, получаваме: $\int_0^T B_y dt / T = -\sin(\varphi_z)B_x \neq 0$ и $\int_0^T B_z dt / T = -\sin(\varphi_y)\cos(\varphi_z)B_x \neq 0$ (виж по-горе особеност б).

При същите условия (постоянно МП) да пресметнем интеграла: $\int_0^T B_y B_z dt = T \sin(\varphi_y)\sin(\varphi_z)\cos(\varphi_z)(B_x^2 - B_p^2)$. Той е различен от нула и не може да бъде използван за определяне ортогоналността между датчиците [1](стр.110).

Да разгледаме възможните причини за модулация на модула и начините за тяхното количествено определяне. Според нас те са три: А) датчиците не са ортогонални; Б) обектът има собствено магнитно поле; или В) има изменение в „нулите“ на прибора.

А) Датчиците не са ортогонални: Добро приближение е, ако приемем, че всеки датчик измерва проекцията на вектора на МП върху оста си. Без ограничение на общността, можем да приемем, че X-датчика е по Ox в $Kc\Pi$, Y-датчика сключва ъгъл β_1 с оста $Oy(Kc\Pi)$, а неговата проекция в xOz — ъгъл β_2 с $Ox(Kc\Pi)$. За Z-датчика съответните ъгли на отклонение от $Oz(Kc\Pi)$ означаваме с γ_1 и γ_2 . В този случай, показанията на прибора могат да се запишат в следната векторна форма:

$$(2) \quad \vec{B}^p = A^p \cdot \vec{B}^i,$$

където A^p е матрицата

$$A^p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sin(\beta_1)\cos(\beta_2) & \cos(\beta_1) & \sin(\beta_1)\sin(\beta_2) \\ \sin(\gamma_1)\cos(\gamma_2) & \sin(\gamma_1)\sin(\gamma_2) & \cos(\gamma_1) \end{bmatrix}.$$

Очевидно, ако $\beta_1 = \gamma_1 = 0$, ще имаме $\vec{B}^p = \vec{B}^i$. В приближението за малки ъгли, можем да положим $\cos(\beta_1) = \cos(\gamma_1) = 1$, $\sin(\beta_1) = \beta_1$, $\sin(\gamma_1) = \gamma_1$. Матрицата A^p можем да запишем така:

$$A^p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \beta_1 \cos(\beta_2) & 1 & \beta_1 \sin(\beta_2) \\ \gamma_1 \cos(\gamma_2) & \gamma_1 \sin(\gamma_2) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & 1 & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 \end{bmatrix}.$$

Модулът на \vec{B}^p зависи от времето, като се появява характерна честота 2ω . Пълният израз е твърде комплициран и не е възможно да се представи тук. За илюстрация, ако приемем, че няма отклонение от оста на въртене ($\varphi_y = \varphi_z = 0$), $\beta_2 \approx 90^\circ$ и $\gamma_2 \approx 90^\circ$ получаваме

$$B^p = \sqrt{[(\gamma_1^2 - \beta_1^2)\cos^2(\omega t) + 2(\gamma_1 + \beta_1)\sin(\omega t)\cos(\omega t)]B_p^2 + C_1 \cos(\omega t + \theta) + C_2},$$

C_1 , C_2 и θ са константи независещи от времето. Първият член има честота 2ω .

От тук следва, че наблюдаваните изменения в модула на получените данни не се дължат на неортогоналност на датчиците, защото: 1) няма изменения с честота 2ω , 2) няма причина ъгълът между датчиците да се изменя в сравнение с наземните калибровъчни данни.

Количествено определяне: Елементите на матрицата A^p са определени при наземни изпитания. Те се съгласуват с наблюденията.

Б) Обектът има собствено магнитно поле; или В) има изменение в „нулите“ на прибора. За съжаление тези две причини не могат да се разделят, защото и двете водят до прибавяне на неизвестен вектор към измерваното МП.

Да означим този вектор с \vec{e}_0 . Тогава ИМАП-3 ще мери поле $\vec{B}^e = \vec{B}^i + \vec{e}_0$. Модулът му е равен на

$$(3) \quad B^e = \sqrt{(\vec{B}^i + \vec{e}_0)^2} = \sqrt{B_x^2 + B_p^2 + e_0^2 + 2\vec{B}^i\vec{e}_0}.$$

Първите три члена под знака на радикала са инвариантни — не зависят от избора на КС и от нейното положение във времето. Четвъртият не е инвариантен (в този смисъл) — зависи посредством променливия ъгъл между векторите (B^i и e_0). Очевидно, максимум и минимум има по веднъж за времето на един период. Може да се докаже, че честотата на изменение на модула е ω .

Количествено определяне: Ако \vec{e} е произволен вектор и пресметнем скаларните произведения $\vec{B}^e \cdot (\vec{B}^e \pm \vec{e}) = (\vec{B}^i + \vec{e}_0) \cdot (\vec{B}^i + \vec{e}_0 \pm \vec{e})$ и от тяхната разлика извадим $\vec{B}^e \vec{B}^e$ получаваме

$$(4) \quad B^{i2} + e_0^2 - 2\vec{e}_0\vec{e} + 2\vec{B}^i(\vec{e}_0 - \vec{e}).$$

Първите три члена не зависят от времето. Ако изберем \vec{e} така, че да минимизираме вариацията в (4), то ще сме определили \vec{e}_0 .

Предлаганият по-горе метод за количествено определяне е устойчив само за период, по-голям от един период на ротация. При анализ на обработените данни забелязахме, че компонентите на вектора на грешката \vec{e}_0 не се изменят значително в рамките на период от няколко часа (вариация не повече от 2—3 нТ). Има значителни изменения за различните дни (Табл.1).

Таблица 1

Год./ден	e_x	Δe_x	e_y	Δe_y	e_z	Δe_z
96/262	35,2	1,5	17,0	1,5	87,5	1,5
96/264	-87,0	0,2	13	1,5	84	2,5
96/274	99,9	0,1	19,8	2,4	91	2,2
96/295	-90,0	0,1	17,5	5,1	96,8	2,7

Защо предлагаме друг начин за пресмятане на матрицата за ротация?

В [1] като пример е посочена матрица за корекция на ъгъла между оста на въртене и X-датчика, която не запазва дължината на вектора на МП (стр.111 (3)).

Ние пресмятаме ъглите на ротация φ_y и φ_z , по следния начин:

При интегриране по компоненти (1) за един период T , получаваме следните уравнения за φ_y и φ_z :

$$(5) \quad \begin{aligned} -\operatorname{tg}(\varphi_y) &= \int_t^{t+T} B_z^i dt / \int_t^{t+T} B_x^i dt = a, \\ -\operatorname{tg}(\varphi_z) / \cos(\varphi_y) &= \int_t^{t+T} B_y^i dt / \int_t^{t+T} B_z^i dt = b. \end{aligned}$$

Ако знаем (измерим) параметрите a и b , тази система има следните решения:

$$(6) \quad \begin{aligned} \varphi_y &= \arctan(a) \\ \varphi_z &= \begin{cases} 2 \arctan[(\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+a^2+b^2})/b] \\ 2 \arctan[(\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+a^2+b^2})/b] \end{cases} \end{aligned}$$

От двете решения за φ_z избираме това, за което осите $Ox_{(КсО)}$ и $Ox_{(КсП)}$ сключват по-малък ъгъл $\alpha = \arccos(\cos(\varphi_z)\cos(\varphi_y))$.

Алгоритъмът за трансформация на компонентите на МП към неротационна координатна система:

1. Преобразуване от телеметрични към физични величини.
2. Корекция за ортогоналност с матрица A^p , чиито елементи са определени на Земята.
3. Определяне на собственото МП на обекта.
4. Изваждане на МП на обекта от полученото при 1).
5. Пресмятане на φ_y и φ_z (за прекриващи се интервали).
6. Трансформация по A^{-1} — оста на ротация съвпада с оста Ox .
7. Отстраняване на ротацията.

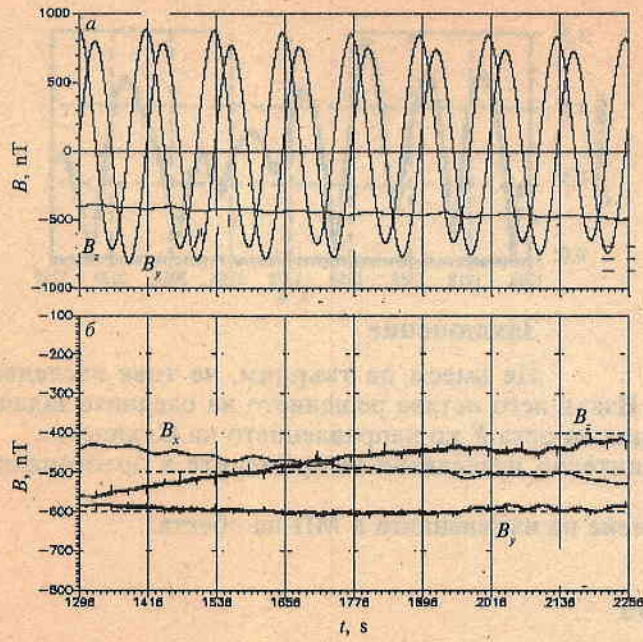
Резултати

На фиг. 1а са показани данни от магнитни измервания преди, а на фиг. 1б — след прилагане на описания алгоритъм. По хоризонталната ос е нанесено времето в секунди, а по вертикалната — магнитното поле в пТ.

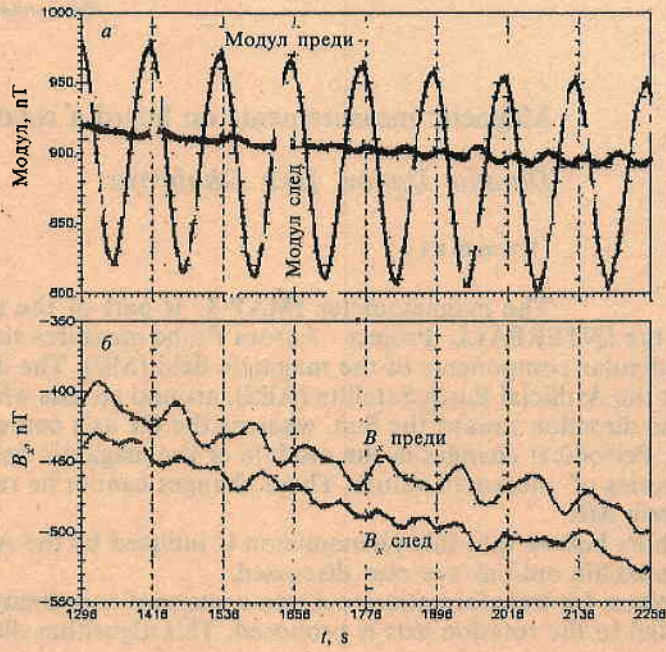
Фигура 2 илюстрира измененията в модула на измереното поле (фиг. 2а) и в B_x — компонентата (фиг. 2б), преди и след преобразуване. Фиг. 2а демонстрира предимствата на предлагания от нас метод. Фиг. 2б показва, че методът ни не е съвършен — периодичните пулсации в B_x намаляват повече от два пъти, но не изчезват. Причината за това може да е изменение в компонентите на измерената на земята матрица A^p . (Забелязва се модулация на сигнала с период около 60s.)

На фиг. 3 е показано изменението с времето на ъгъла между приборната ос Ox и оста на въртене. Виждаме как ъгълът се изменя периодично в граници до $1,5^\circ$, следва успокояване при $0,5^\circ$ и отново разлюляване. Това може да се дължи на люлеене на шангата. При други данни сме забелязали, че амплитудата на ъгъла може да достигне до 2° , като успокояването отново е около $0,5-0,7^\circ$.

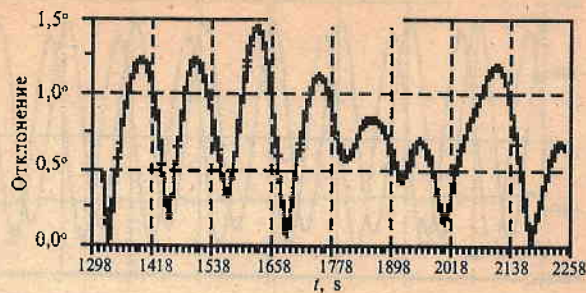
Не е възможно да покажем всички получени резултати, но показаните фигури са достатъчно представителни.



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Заклучение

Не смеем да твърдим, че това изследване изчерпва проблемите. Извън него остава решението на следните задачи:

1. Корекция на оста X по направлението на Слънцето.
2. Допълнително изследване за промените в ортогоналността между датчиците.
3. Обяснение на измененията в МП на обекта.

Литература

1. Стяжкин, В. А., Б. Г. Петров, Н. А. Ейсмонт, А. Бочев. Магнитни измерения в проектe ИНТЕРБОЛ - АВРОРАЛНЫ ЗОНД. — Косм. изследвания, 36, 1998, №1, 108-112.
2. Arshinkov, I.S., L.N. Zhyzgov, A.Z. Bochev et al. Magnetic field experiment in the INTERBALL project (experiment IMAF). Interball, 1995, 222-227.

Постъпила на 16.IV.1999г.

Magnetic measurements on board a rotating satellite

Dimitar Danov, Iren Dimitrova

(Summary)

The magnetometer IMAF-3 is part of the equipment in the frame of the INTERBALL Project - Aurora Probe measures simultaneously three perpendicular components of the magnetic field (MF). The device rotates together with the Artificial Earth Satellite (AES), around an axis which is almost parallel to the direction toward the Sun, whereas the Ox axis coincides with the rotation axis. Periodical changes in the module of the magnetic field were identified in the series of measured values. These changes cannot be referred to the magnetospheric MF.

The authors believe that this phenomenon is induced by the AES magnetic field. Other possible options are also discussed.

An algorithm for transformation to a non-rotational coordinate system with Ox axis parallel to the rotation axis is proposed. This algorithm differs from all published algorithms up to now.